Proceedings of International Conference on Scientific Research in Natural and Social Sciences
Hosted online from Toronto, Canada.
Date: 5th June, 2024
ISSN: 2835-5326 Website: econferenceseries.com

К ВОПРОСУ ИССЛЕДОВАНИЯ ОДНОМЕРНОЙ ВЫРОЖДЕННОЙ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Бабаджанов Ш. Ш. (ТФИ)

1. В этой работе продолжим начатое в работе [1], изучение вырожденной критической точки x_0 функции

$$z = f(x), \qquad x \in R^n, \tag{1}$$

в случае, когда нуль является простым собственным значением гессиана

$$A = \nabla^2 f(x_0) = \left(\frac{\partial^2 f(x_0)}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{i,j=1,2,\dots,n}.$$

Здесь информативная функция $\varphi(u)$ - функция одной скалярной переменной u. В силу теоремы 2 из [1] и схемы построения информативной функции [2], для исследования точки x_0 нужно искать значения в точке $u = 0$ производных $\varphi^{(3)}(u)$, $\varphi^{(4)}(u)$,… до первого ненулевого числа. Если

$$\varphi^{(3)}(u) = \dots = \varphi^{(m-1)}(0) = 0, \quad \varphi^{(m)}(0) \neq 0,$$

то x_0 реализует строгий локальный минимум функции (1), тогда только тогда, когда m четное число и $\varphi^{(m)}(0) > 0$. Таким образом, исследование критической точки с одномерным вырождением формально столь же просто, как исследование критической точки функции одной скалярной переменной. Трудности заключаются в отыскании чисел $\varphi^{(j)}(0)$ (см. [2]).

2. Рассмотрим случай функции двух переменных. Пусть $(0;0)$ критическая точка функции $f(u,v)$. Гессиан

$$A = \begin{pmatrix} f''_{uu}(0;0) & f''_{uv}(0;0) \\ f''_{uv}(0;0) & f''_{vv}(0;0) \end{pmatrix}$$

неотрицательно определен и нуль – его простое собственное значение, если

$$f''_{uu}(0;0) \cdot f''_{vv}(0;0) = \left(f''_{uv}(0;0) \right)^2$$

и

$$f''_{uu}(0;0) + f''_{vv}(0;0) > 0.$$

Для определенности будем считать, что

$$f''_{vv}(0;0) > 0.$$

ISSN: 2835-5326 Website: econferenceseries.com

В силу теоремы 2 из [1] точка $(0;0)$ реализует локальный (строгий локальный) минимум функции $f(u,v)$, тогда и только тогда, когда точка $u=0$ реализует локальный (строгий локальный) минимум функции

$$\varphi(u) = f(u;h(u)),$$

где неявная функция

$$v = h(u)$$

определяется уравнением

$$f_v'(u;v) = 0$$

и начальным значением

$$h(0) = 0.$$

В качестве примера можно рассмотреть нулевую критическую точку функции

$$f(u,v) = (v-ku)^2 + \left(a_0u^3 + a_1u^2v + a_2uv^2 + a_3v^3\right) + \\ + \left(b_0u^4 + b_1u^3v + b_2u^2v^2 + b_3uv^3 + b_4v^4\right) + \\ + \left(c_0u^5 + c_1u^4v + c_2u^3v^2 + c_3u^2v^3 + c_4uv^4 + c_5v^5\right).$$

Литература

1. Бабаджанов Ш.Ш. Об исследовании вырожденных критических точек функции многих переменных. Математика ва унинг ўқитишнинг инновацион методлари. Назарий ва илмий-услубий мақолалар тўплами. (3 - қисм). Тошкент , 2015, стр. 145-147 .
2. Бабаджанов Ш.Ш. О построении информативной функции в вопросе исследования вырожденных критических точек функции многих переменных. Математика ва унинг ўқитишнинг инновацион методлари. Назарий ва илмий-услубий мақолалар тўплами. (4 - қисм). Тошкент , 2016, стр. 19-21 .
3. Дементьева А.М., Красносельский В.М., Красносельский М.А. Вырожденные критические точки функций многих переменных. – Труды семинара по дифференциальным уравнениям. Вып. 5. Куйбышев, 1980.