

**“DIFFERENSIAL TENGLAMALAR” MAVZUSUNI O‘QITISHDA ILG‘OR  
PEDAGOGIK YONDASHUV**

Komolova Gulhayo Shukirillo qizi,  
Andijon Mashinasozlik Instituti doktoranti,  
[gulhayokomolova1990@mail.ru](mailto:gulhayokomolova1990@mail.ru)

**Annotatsiya**

Matematika o‘qitishning kasbiy yo‘nalishi o‘quv jarayoniga zamonaviy o‘qitish metodlari va texnologiyalarini joriy etishni taqozo etadi. Matematik ta‘limning asosiy tavsifi talabaga o‘zining mutaxassisligiga mos holda matematikani o‘rgatishdir. Chunki texnologik institutlar oldida qobiliyatli mutaxassislarni tayyorlash vazifasi turibdi

**Kalit so‘zlar.** Metod, texnologiya, to‘plam, ma‘ruza, loyiha, amaliy mashg‘ulot, kasbiy o‘sh va uzluksiz o‘z-o‘zini tarbiyalash.

**KIRISH**

Texnologik mutaxassislik doirasida matematika kursi ta‘limning asosi hisoblanadi. Buning sababi, matematika o‘rganish uchun asosiy sabab ixtisoslashtirilgan fanlarni bilish va tushunishdir. Shu sababli texnologik institutlarda matematika fanini o‘qitishga alohida e‘tibor qaratilmoqda. Hozirgi kunda ta‘lim jarayoni kasbiy yo‘nalishni ta‘minlashga o‘tkazilmoqda. Professional matematika o‘qitishning zamonaviy usullarni joriy etishni va ta‘limda turli texnologiyalari qo‘llashdan iborat.

Zamonaviy mutaxassis bo‘lishda matematika va uning usullarini o‘zlashtirish zarur shartlardan biri hisoblanadi. Ta‘limda e‘tibor hozirgi kunda eng kichik asos ya‘ni bog‘cha yoshidan boshlanishi kerakligi aytilmoqda. Hozirda o‘rta maktablarda ham imtihonga maqsadli tayyorgarlik ko‘rishda hamma o‘ziga asosiy vazifani qo‘yib olishi kerak. Texnologik institutlarda matematika talabalarga 1-2 kursda o‘rgatiladi. O‘qitish tajribasi birinchi kurs talabalarida ko‘p ekanligini ko‘rsatadi. Matematikani o‘rganish uchun pastroq tushunchaga ega talabalar o‘zlarini nazorat qila olmaydi. Ularning o‘quv faoliyatida talabalar darsga muntazam qatnashmaydi matematik tushunchalarni ajrata olishga qiynaladi. Shunday hollarda ularning tushunchasini o‘stirish uchun zamonaviy usullardan foydalanish ta‘lim va ta‘lim texnologiyalari rivojlanishiga yordam beradi. Ushbu metod va texnologiyalar talabalarning kognitiv



mustaqilligini, ular tomonidan o'quv materialini o'zlashtirish darajasini oshirishda, fanlararo aloqalarni o'rnatish uchun imkoniyatlarni yaratadi.

### ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODLAR.

Matematikadan dars berishda qo'llaniladigan zamonaviy metod va texnologiyalar quyidagilarni o'z ichiga oladi: faol ma'ruzalar, interaktiv va faol amaliy mashg'ulotlar. Faol ma'ruzalar muammoli mavzularni o'z ichiga oladi ya'ni ma'ruza va ma'ruza-dialog. Faol ma'ruzalar - an'anaviy ma'ruzalar bilan birlashtirilishi kerak. Ushbu metodlar talabalarni muhokama qilishga taklif qiladi va ba'zi yechimlarni qidirishga ham imkon beradi. Ma'ruza davomida savollar shunday qilib o'rnatilishi kerakki, o'qituvchi tomonidan olingan talabalarning bilimlarini jonlantirishga olib keladi. Bu, o'quvchilar e'tiborini asosiyga qaratish mavzuning jihatlari, munosabatlarni ko'rishga, o'rgatishga va o'rganilayotgan yangi mavzuni dolzarbligini ham ko'rsatib beradi.

### NATIJALAR VA MUHOKAMALAR.

Texnologiya fakultetining birinchi kurs talabasiga yordam berishda yaxlit nuqtai nazarni rivojlantirish uchun institutda matematika va uning o'rgangan qismi haqidagi bilimda asosiy kurs elementlarini, shu jumladan mumkin bo'lgan matematika tarixi va o'rganilayotgan bo'limlarning maxsus fanlar bilan aloqasi tushuntiriladi. Nazariy materialni mustahkamlash uchun ma'ruzada o'rganilgan interaktiv bilimlarni amaliy mashg'ulotlar bilan bog'lashdagi topshiriqlar tushuntiriladi. Masalan, "Differensial tenglamalar" mavzusida o'qitishda talabalarni asosiy texnik masalalarni yechishdagi tadbirini talabalarga aytib o'tish kerak. "Differensial tenglamalar" mavzusini o'rgatishning maqsadi talabalarni kompilyatsiya qilish metodologiyasi va qayta ishlash usullaridagi masalalarda differensial tenglamalar yechimlarini fizika, kimyo yoki biologiya fanlariga bog'liqligi o'rgatiladi. Shu bilan birga, o'rnatilgan fanlararo aloqalar parallelligi ham qo'yiladi.

### Birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglama.

**1-ta'rif.** Agar  $\lambda$  ning har qanday qiymatida

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n f(x, y)$$

ayniyat to'g'ri bo'lsa,  $f(x, y)$  funksiya  $x$  va  $y$  o'zgaruvchilarga nisbatan

**n - o'lchovli bir jinsli deb ataladi.**



**1-misol.**  $f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$  funksiya bir o'ldovli bir jinsli funksiya, chunki

$$f(\lambda x, \lambda y) = \sqrt[3]{(\lambda x)^3 + (\lambda y)^3} = \lambda \sqrt[3]{x^3 + y^3} = \lambda f(x, y)$$

**2-misol.**  $f(x, y) = xy - y^2$  funksiya ikki o'ldovli bir jinsli funksiya, chunki

$$(\lambda x)(\lambda y) - (\lambda y)^2 = \lambda^2(xy - y^2)$$

**3-misol.**  $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{xy}$  funksiya nol o'ldovli bir jinsli funksiya, chunki

$$\frac{(\lambda x)^2 - (\lambda y)^2}{(\lambda x)(\lambda y)} = \frac{x^2 - y^2}{xy}$$

ya'ni  $f(\lambda x, \lambda y) = f(x, y)$  yoki  $f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^0 f(x, y)$

**2-ta'rif.** Agar birinchi tartibli

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (1)$$

tenglamada  $f(x, y)$  funksiya  $x$  va  $y$  ga nisbatan nol o'ldovli bir jinsli funksiya bo'lsa, (8) tenglama  $x$  va  $y$  o'zgaruvchilarga nisbatan **bir jinsli differensial tenglama** deyiladi.

Bir jinsli differensial tenglama yechish. Funksiya bir jinsli bo'lishining shartiga ko'ra  $f(\lambda x, \lambda y) = f(x, y)$ . Bu ayniyatga  $\lambda = \frac{1}{x}$  deb olsak,  $f(x, y) = f\left(1, \frac{y}{x}\right)$  ya'ni nol o'ldovli bir jinsli funksiya faqat argumentlar nisbatigagina bog'liq.

Bu holda (8) tenglama

$$\frac{dy}{dx} = f\left(1, \frac{y}{x}\right) \quad (2)$$

ko'rinishni oladi. O'zgaruvchilarni almashtiramiz:  $u = \frac{y}{x}$  yoki  $y = ux$ , bunda  $u$   $x$  ning yangi noma'lum funksiyasi.

U holda  $\frac{dy}{dx} = u + \frac{du}{dx}x$ . Hosilaning ifodasini (2) tenglamaga qo'ysak, o'zgaruvchilari

ajraladigan  $u + x \frac{du}{dx} = f(1, u)$  tenglama hosil bo'ladi.

O'zgaruvchilarni ajratib yozamiz.

$$x \frac{du}{dx} = f(1, u) - u \quad \text{yoki} \quad \frac{du}{f(1, u) - u} = \frac{dx}{x}$$

bu  $f(1, u) - u \neq 0$  sharti bajarilganda o'rinli.

Buni integrallaymiz:



$$\int \frac{du}{f(1,u)-u} = \int \frac{dx}{x} + C$$

Integrallagandan keyin  $u$  ni o‘rniga  $\frac{y}{x}$  qiymatini qo‘ysak, (2) tenglamaning umumiy integrali hosil bo‘ladi.

$f(1,u)-u=0$  bo‘lganda esa,  $y' = \frac{y}{x}$  bo‘lib umumiy yechimi  $y=Cx$  bo‘ladi.

**Misol.** Ushbu  $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2-y^2}$  tenglama berilgan bo‘lsin. O‘ng tomonda nol o‘lchovli bir jinsli funksiya turibdi; demak, berilgan tenglama bir jinslidir. O‘zgaruvchilarni almashtiramiz: agar  $u = \frac{y}{x}$  desak,

$y=ux$ ,  $\frac{dy}{dx} = u + x \frac{du}{dx}$  bo‘lib

$$u + x \frac{du}{dx} = \frac{u}{1-u^2}, \quad x \frac{du}{dx} = \frac{u^3}{1-u^2}$$

hosil bo‘ladi.

Bundan o‘zgaruvchilarni ajratib,

$$\frac{(1-u^2)du}{u^3} = \frac{dx}{x}; \text{ yoki } \left( \frac{1}{u^3} - \frac{1}{u} \right) du = \frac{dx}{x}$$

ni hosil qilamiz; buni integrallaymiz;

$$-\frac{1}{2u^2} - \ln|u| = \ln|x| + \ln|C| \text{ yoki } -\frac{1}{2u^2} = \ln|uxC|$$

$u = \frac{y}{x}$  ni o‘rniga qo‘ysak dastlabki tenglamaning umumiy integrali hosil bo‘ladi.

$$-\frac{x^2}{2y^2} = \ln|Cy| \text{ yoki } x^2 = -2y^2 \ln|Cy|$$

### ***Bir jinsli tenglamaga keltiriladigan tenglamalar.***

Ushbu

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ax+by+c}{a_1x+b_1y+c_1} \quad (3)$$

ko‘rinishda tenglamalar bir jinsli tenglamaga keltiriladi. Agar  $c_1=0$ ,  $c=0$  bo‘lsa, (10) tenglamaning bir jinsli ekanligi ravshan. Endi va  $c_1$  (yoki bulardan bittasi) noldan farqli bo‘lsin. O‘zgaruvchilarni almashtiramiz.  $x=x_1+h$ ,  $y=y_1+k$ .



U holda

$$\frac{d y}{d x} = \frac{d y_1}{d x_1} \quad (4)$$

$x, y$  va  $\frac{d y}{d x}$  larning ifodalarini (4) tenglamaga qo‘ysak,

$$\frac{d y_1}{d x_1} = \frac{a x_1 + b y_1 + a h + b k + c}{a_1 x + b_1 y + a_1 h + b_1 k + c_1} \quad (5)$$

hosil bo‘ladi.  $h$  va  $k$  ni

$$\begin{aligned} a h + b k + c &= 0 \\ a_1 h + b_1 k + c_1 &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$h$  va  $k$  ni (6) tenglamalar sistemasining yechimi kabi aniqlaymiz. Bu shartlarda (5) tenglama (bunda biz  $a b_1 - a_1 b \neq 0$  deb qaraymiz).

$$\frac{d y_1}{d x_1} = \frac{a x_1 + b y_1}{a_1 x_1 + b_1 y_1}$$

ko‘rinishni olib bir jinsli tenglamaga aylanadi.

Bu tenglamani yechib, so‘ngra (4) formulaga muvofiq yana  $x$  va  $y$  larga o‘tsak, (3) tenglamaning yechimini hosil qilamiz.

Agar  $a b_1 - a_1 b = 0$  bo‘lsa (1) ning yechimi quyidagicha topiladi. Bu holda

$\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = \lambda$  ya’ni  $a_1 = \lambda a$ ,  $b_1 = \lambda b$  va demak (3) tenglamani

$$\frac{d y}{d x} = \frac{(a x + b y) + c}{\lambda (a x + b y) + c_1} \quad (7)$$

ko‘rinishga keltirish mumkin. Bu holda

$$z = a x + b y \quad (8)$$

almashtirish yordamida tenglama o‘zgaruvchilari ajraladigan tenglamaga keltiriladi.

Haqiqatdan ham  $\frac{d z}{d x} = a + b \frac{d y}{d x}$

bundan

$$\frac{d y}{d x} = \frac{1}{b} \frac{d z}{d x} - \frac{a}{b} \quad (9)$$

(7) tenglamaga (8) va (9) ifodalarni qo‘yib,

$$\frac{1}{b} \frac{d z}{d x} - \frac{a}{b} = \frac{z + c}{\lambda z + c_1}$$

tenglamani hosil qilamiz, bu esa o‘zgaruvchilari ajraladigan tenglamadir.



Umuman (3) tenglamani integrallashda foydalanilgan usul

$$\frac{d y}{d x} = f\left(\frac{a x+b y+c}{a_1 x+b_1 y+c_1}\right)$$

ko‘rinishdagi tenglamani integrallashga ham tadbqiq etiladi, bunda  $f$  har qanday uzluksiz funksiya bo‘la oladi.

**1-misol.** Ushbu tenglama berilgan.

$$\frac{d y}{d x} = \frac{x+y-3}{x-y-1}$$

Buni bir jinsli tenglamaga keltirish uchun o‘zgaruvchilarni almashtiramiz.

$$x = x_1 + h, \quad y = y_1 + k$$

Bu holda

$$\frac{d y_1}{d x_1} = \frac{x_1 + y_1 + h + k - 3}{x_1 - y_1 + h - k - 1}$$

$h+k-3=0$ ;  $h-k-1=0$  tenglamalar sistemasini yechib,  $h=2$ ,  $k=1$  ekanini topamiz.

Natijada bir jinsli  $\frac{d y_1}{d x_1} = \frac{x_1 + y_1}{x_1 - y_1}$  tenglamani hosil qilamiz, buni  $\frac{y_1}{x_1} = u$  almashtirish

yordamida o‘zgaruvchilari ajraladigan tenglamaga ega bo‘lamiz.

$$x_1 \frac{d u}{d x_1} = \frac{1+u^2}{1-u}$$

Hosil bo‘lgan tenglamada o‘zgaruvchilarni ajratamiz.

$$\frac{1+u^2}{1-u} d u = \frac{d x_1}{x_1}$$

Bu tenglamani integrallab,  $\arctg u = \ln \left| C_0 x_1 \sqrt{1+u^2} \right|$

yoki  $C x_1 \sqrt{1+u^2} = e^{\arctg u}$  ni topamiz (bu yerda  $C = \pm C_0$ ).

Bu yerda  $u$  o‘rniga  $\frac{y_1}{x_1}$  ni qo‘yib,

$$C \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = e^{\arctg \frac{y_1}{x_1}}$$

ni hosil qilamiz. Nihoyat,  $x$  va  $y$  o‘zgaruvchilarga o‘tib, natijada

$$C \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = e^{\arctg \frac{y-1}{x-2}}$$

tenglikni hosil qilamiz. Demak, texnika institutlarida har bir yo‘nalishga mos holda matematikani zamonaviy texnologiyalarni qo‘llagan holda o‘rgatish zarur ekan.



## ADABIYOTLAR

1. Djalilova T, A. K. (2021). "Solution of the energy equation of a two-phase medium taking into account heat transfer between phases" . "ACTUAL PROBLEMS OF MODERN SCIENCE, EDUCATION AND TRAINING." Electronic journal. , 80-85.
2. G.Komolova, O. B. (2022). "Multiplication Probability and Sum of Events, A Complete Group of Events, Absoluteprobability Formula" . CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES jurnali, 53-57.
3. G.Komolova. "Hosilani ketma-ketlikdagi ba`zi masalalarni yechishga tadbig`i." "O`ZBEKISTON VA AVTOMOBIL SANOATI: FAN, TA`LIM VA ISHLAB CHIQARISH INTEGRATSIYASI" xalqaro ilmiy-amaliy anjuman materiallari, 386-389 betlar, AndMI.
4. Komolova. (2021-yil). "Diffrensial hisobning asosiy teoremlari". "SCIENCE AND EDUCATION" SCIENTIFIC JOURNAL. ISSN 2181-0842, 9-12 betlar
5. G.Komolova, K. M. (2022). "Stages of Drawing up a Mathematical Model of the Economic Issue". Journal of Ethics and Diversity in International Communication jurnali, e-ISSN: 2792-4017 | [www.openaccessjournals.eu](http://www.openaccessjournals.eu) | Volume: 1 Issue: 8, 76-79.
6. Комолова Гулхаё, Х. М. (2022.). Комолова Гулхаё, Халилов Муродил, Комилжоноа Бобур, "Solve some chemical reactions using equations". EUROPEAN JOURNAL OF BUSINESS STARTUPS AND OPEN SOCIETY VOL 2 NO 1, 45-48.
7. Komolova G, Olimova B., "Multiplication Probability and Sum of Events, A Complete Group of Events, Absoluteprobability Formula", CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES, <http://cajmtcs.centralasianstudies.org/index.php/CAJMTCS> Volume: 03 Issue: 04 | Apr 2022 ISSN: 2660-5309. 2022, April.

