

FAZODAGI TO'G'RI CHIZIQ TENGLAMALARIGA QIYNALYAPSIZMI? ENDI BUNING OSON USULI.

Alijonov Shohruhbek Akramjon o'g'li

Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1-
bosqich talabasi

Yo`ldasheva Gulchehra Xoldorali qizi

Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1-
bosqich talabasi

Yuldasheva Muhlisa Bobirjon qizi

Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1-
bosqich talabasi

Ne'matullayeva Xursanoy Hikmatillo qizi

Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1-
bosqich talabasi

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada Matematika fanining asosiy yordamchisi hisoblanadi. Bu maqolada To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi keltirib otilgan. Yani to'g'ri chiziqning kanonik ko'rinishi va chizmalari keltirib otilgan. Asosan bu sonlarni maktab o'quvchilarga va akademik litsey o'quvchilarga ancha ilm olish uchun kerak bo'ladi.

Kalit so'zlar. Tekislik, ta'rif, formula, vector,. to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi, to'g'ri chiziqning kanonik tenglamasi, paralellik va perpendikulyarlik.

Ushbu birinchi darajali tenglamalar sistemasini qaraymiz:

$$\left. \begin{aligned} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 &= 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Bu sistemaning har bir tenglamasi fazoda tekislikni ifodalaydi. Fazodagi to'g'ri chizikni shu tekisliklarning kesishish chizigi deb qarash mumkin. Bu tekisliklar kesishish chizig'iga ega bo'lishi uchun



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

nisbatlar bajarilmasligi kerak (aks holda tekisliklar paralel bo'lib qoladi). (1) tenglamalar *fazodagi to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi* deyiladi.

Misol. Umumiy tenglamasi

$$\left. \begin{aligned} \bar{o} + \acute{o} + z - 3 &= 0 \\ x - 3\acute{o} - z + 5 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

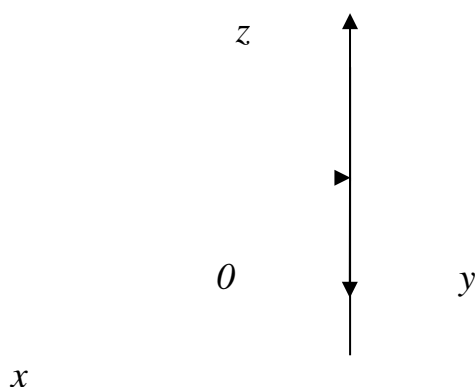
ko'rinishda bo'lgan to'g'ri chiziqni yasang.

Yechish. To'g'ri chiziqni yasash uchun uning ikki nuqtasini bilish yetarli. Bunda uning koordinata tekisliklari bilan kesishish nuqtasini topish oson bo'ladi. To'g'ri chiziqning koordinata tekisliklari bilan kesishish nuqtalari to'g'ri chiziqning *izi* deyiladi. To'g'ri chiziqning Oxy tekislikdagi M_1 izini topish uchun to'g'ri chiziq tenglamasida $z=0$ deymiz. U holda

$$\left. \begin{aligned} \bar{o} + \acute{o} - 3 &= 0 \\ x - 3\acute{o} + 5 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

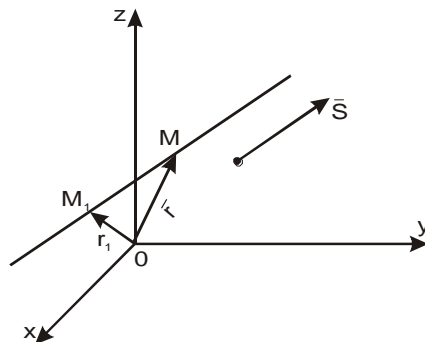
sistemaga kelamiz. Bundan: $x=1, y=2$. Demak, M_1 nuqtaning koordinatalari: $x=1, y=2, z=0$. Xuddi shuningdek to'g'ri chiziqning Oyz tekislikdagi izini topish uchun $x=0$ deymiz. Bu holda to'g'ri chiziqning Oyz tekislikdagi izi M_2 ning koordinatalarini topamiz. Ular $x=0, y=1, z=2$ bo'ladi.

Topilgan $M_1 (1; 2; 0)$ va $M_2 (0; 1; 2)$ nuqtalaridan o'tuvchi to'g'ri chiziqni yasaymiz (1-chizma).



1-chizma.





2- chizma.

To'g'ri chiziqning kanonik tenglamasi

Fazoda to'g'ri chiziqning vaziyati biror M_1 nuqta shu to'g'ri chiziqqa paralel bo'lgan \vec{s} vektor bilan to'liq aniqlanadi. To'g'ri chiziqqa paralel bo'lgan \vec{s} vektor, shu to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektori uning koordinata o'qlariga proyeksiyalari esa to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi koeffitsientlari deb ataladi.

Faraz qilaylik $M_1(x_1; y_1; z_1)$ L to'g'ri chiziq ustidagi nuqta, $\vec{s} = m\vec{i} + n\vec{j} + p\vec{k}$ esa uning yo'naltiruvchi vektori bo'lsin. L to'g'ri chiziqda yotuvchi ixtiyoriy $M(x, y, z)$ nuqtani tutashtiruvchi $\overline{M_1M}$ vector \vec{s} vektorga paralel bo'lgani uchun (2- chizma) $\overline{M_1M}$ va \vec{s} vektorning mos koordinatalari proposional bo'ladi. Bunda $\overline{M_1M} = (x - x_1)\vec{i} + (y - y_1)\vec{j} + (z - z_1)\vec{k}$ bo'lgani uchun

$$\frac{x - x_1}{m} = \frac{y - y_1}{n} = \frac{z - z_1}{p} \quad (2)$$

ga ega bo'lamiz.

Demak, L to'g'ri chiziq ustida yotuvchi har qanday M nuqtaning koordinatalari (2) tenglamani qanoatlantiradi. Bu tenglama to'g'ri chiziqning *kanonik tenglamasi* deb ataladi.

Ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi

Faraz qilaylik, L to'g'ri chiziq $M_1(x_1; y_1; z_1)$ va $M_2(x_2; y_2; z_2)$ nuqtalar orqali o'tsin. Bu to'g'ri chiziqning kanonik tenglamasini tuzamiz. Shu maqsada to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektorini topamiz. Bu vektor uchun M_1 va M_2 nuqtalarni



tutashtiruvchi $\overline{M_1M_2}$ vektorini olamiz:

$$\vec{S} = \overline{M_1M_2} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k} \quad \text{Demak, } m=x_2-x_1, n=y_2-y_1, p=z_2-z_1,$$

bo'lib, izlangan tenglama (2) ga asosan

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} \quad (3)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Misol. Ikki $M_1(1;3;-5)$ va $M_2(1;4;2)$ nuqtalaridan utuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

Yechish (3) tenglamadan foydalanib topamiz:

$$\frac{x-1}{1-1} = \frac{y-3}{4-3} = \frac{z+5}{2+5},$$

$$\frac{x-1}{0} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{7}.$$

Bunda $m=0$ bo'lgani uchun to'g'ri chiziq Ox o'qiga perpendikulyar bo'ladi.

Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak. To'g'ri chiziqlarning
parallellik va perpendikulyarlik shartlari

$$\frac{x - x_1}{m_1} = \frac{y - y_1}{n_1} = \frac{z - z_1}{p_1} \quad \text{va} \quad \frac{x - x_2}{m_2} = \frac{y - y_2}{n_2} = \frac{z - z_2}{p_2}$$

to'g'ri chiziqlar berilgan bo'lsin. Bu to'g'ri chiziqlarning birining yo'naltiruvchi vektori $\vec{S}_1 = m_1\vec{i} + n_1\vec{j} + p_1\vec{k}$ ikkinchisniki esa $\vec{S}_2 = m_2\vec{i} + n_2\vec{j} + p_2\vec{k}$ bo'lgani uchun, bu vektorlar orasidagi burchak berilgan to'g'ri chiziqlar orasidagi φ burchakka teng bo'ladi. Bu holda

$$\cos \varphi = \frac{(\vec{S}_1, \vec{S}_2)}{|\vec{S}_1| |\vec{S}_2|} = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}$$

bo'ladi. Bu berilgan to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakning kosinusidir. Ikki to'g'ri chiziqning parallellik va perpendikulyarlik shartlari ularning yo'naltiruvchi vektorlarning parallellik va perpendikulyarlik shartlaridan kelib chiqadi:.

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2} \quad (\text{parallellik sharti})$$

$$m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2 = 0$$

