ISSN: 2835-3730 Website: econferenceseries.com

IXTISOSLASHTIRILGAN MAKTABLARDA HOSILA MAVZUSINING SODDA USULLARI

Alijonov Shohruhbek Akramjon o`g`li
Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1-bosqich talabasi

Abdumannova Gulhayo Mushalbek qizi
Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1-bosqich talabasi

G`anijonova Ruhshona Bahromjon qizi
Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1-bosqich talabasi

Vlijonova Dilnavoz Ziyotjon qizi
Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1-bosqich talabasi

Assalomu alaykum!
Qadrli bilim ixlosmandi, siz hosila mavzusini o‘rganishga qiynalyapsizmi? Bizda buning yechimi bor. Siz ushbu uslubiy qo‘llanma bilan 20 daqiqada sizni qiynayotgan barcha savollarga javob olishingiz mumkin.

ANNOTATSIYA:
Ushbu maqola o‘qituvchi va o‘quvchilarga metodik tavsiya sifatida yozilgan. Matematika fanining asosiy bo‘limlaridan biri funksiyaning hosilasi haqida ma’lumot beriladi. Funksiyaning hosilasiga oid dars jarayonida o‘qituvchi maqoladan ko‘rgazma sifatida foydalanishi mumkin. Maqola matematikani o‘qitish samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

KALIT SO‘ZLAR: Funksiya, hosila, burchak, koiffisienti, urinma, grafik, tezlik, orgument, orttirma.

Привет!
Дорогой любитель знаний, вы изо всех сил пытаетесь изучить производные? У нас есть решение для этой проблемы. Ответы на все волнующие вас

вопросы вы сможете получить за 20 минут с помощью этого методического пособия.

АБСТРАКТНЫЙ:
Данная статья написана как методическая рекомендация для учителей и студентов. Одним из основных разделов математики являются сведения о производной функции. Учитель может использовать статью в качестве демонстрации на уроке производной функции. Статья служит повышению эффективности обучения математике.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:
Функция, производная, угол, коэффициент, критерий, график, скорость, аргумент, сложение.

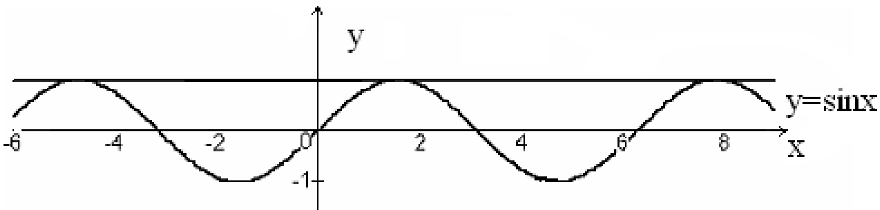
Hello!
Dear knowledge buff, are you struggling to learn derivatives? We have a solution for that. You can get answers to all the questions that bother you in 20 minutes with this methodical guide.

ABSTRACT:
This article is written as a methodological recommendation for teachers and students. One of the main sections of mathematics is information about the derivative of a function. The teacher can use the article as a demonstration during the lesson on the derivative of the function. The article serves to improve the effectiveness of teaching mathematics.

KEY WORDS: Function, derivative, angle, coefficient, test, graph, speed, argument, addition.

Hosila tushunchasiga olib keladigan masalalar.
Urinmani egri chiziq bilan yagona umumiy nuqtaga ega bo‘lgan to‘g‘ri chiziq sifatida aniqlash mumkin emas, chunki, masalan $y=ax^2$ parabolaning o‘qi parabola bilan faqat bitta umumiy nuqtaga ega, lekin parabolaga urinmaydi. Egri chiziq urinma to‘g‘ri chiziqning bir tomonida joylashishi muhim xususiyat emas, chunki $y=ax^3$ egri chiziqqa abssissa o‘qi (0;0) nuqtada urinadi, lekin egri chiziq bu o‘qni

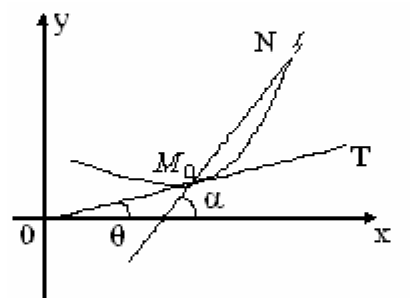
shu nuqtada kesib oʻtadi. Urinmaning egri chiziq bilan yagona umumiy nuqtaga ega boʻlishi ham uning muxim



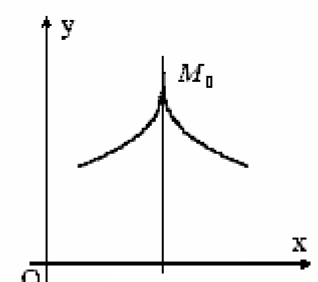
1-rasm

xususiyati boʻla olmaydi. Masalan x=1 toʻgʻri chiziq y=sinx sinusoida bilan cheksiz koʻp umumiy nuqtaga ega, ammo u sinusoidaga urinadi. (1-rasm)

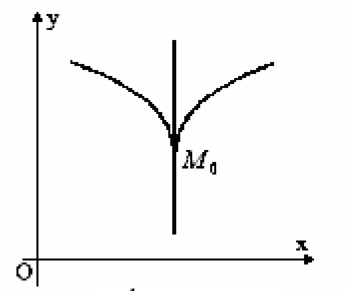
Urinmaga ta’rif berish uchun limit tushunchasidan foydalanishga toʻgʻri keladi. Faraz qilaylik G biror egri chiziq yoyi, M_0 shu egri chiziqning nuqtasi boʻlsin. Egri chiziqqa tegishli N nuqtani tanlab, M_0N kesuvchi oʻtkazamiz. Agar N nuqta egri chiziq boʻylab M_0 nuqtaga yaqinlashsa, M_0N kesuvchi M_0 nuqta atrofida buriladi. Shunday holat boʻlishi mumkinki, N nuqta M_0 nuqtaga yaqinlashgan sari M_0N kesuvchi biror M_0T limit vaziyatga intilishi mumkin. Bu holda M_0T toʻgʻri chiziq G egri chiziqning M_0 nuqtasidagi urinmasi deyiladi. (2-rasm)



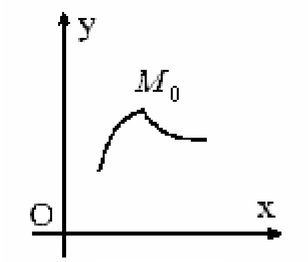
2-rasm



3-rasm



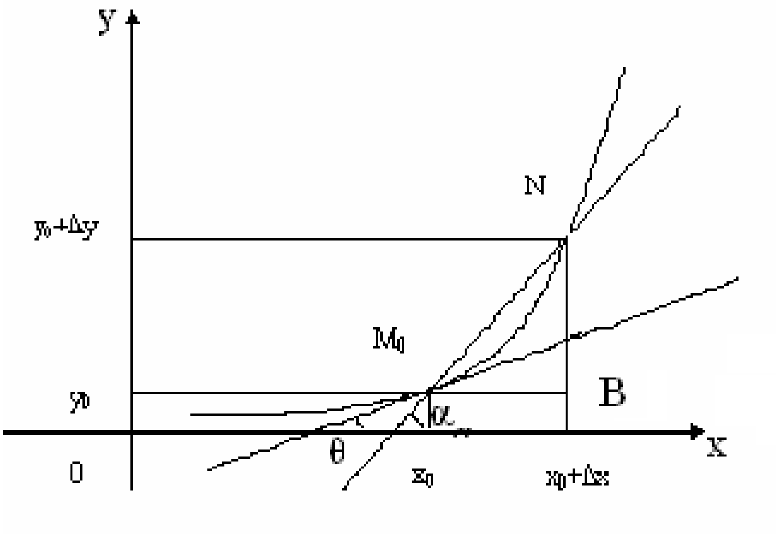
4-rasm



5-rasm

Agar kesuvchining limit holati mavjud boʻlmasa, u holda M_0 nuqtada urinma oʻtkazish mumkin emas deyiladi. Bunday hol M_0 nuqta egri chiziqning qaytish nuqtasi (3,4-rasmlar), yoki sinish (oʻtkirlanish) nuqtasi (5-rasm) boʻlganda oʻrinli boʻladi.

Egri chiziq urinmasining burchak koeffitsientini topish masalasi. Endi G egri chiziq biror oraliqda aniqlangan uzluksiz y=f(x) funksiyaning grafigi boʻlgan holda urinmaning burchak koeffitsientini topaylik. Qaralayotgan f(x) funksiya grafigini ifodolovchi G chiziqqa tegishli M_0 nuqtaning abssissasi x_0, ordinatasi $f(x_0)$ va shu nuqtada urinma mavjud deb faraz qilaylik.



6-rasm

G chiziqda M_0 nuqtadan farqli $N(x_0+\Delta x, f(x_0+\Delta x))$ nuqtani olib, M_0N kesuvchi o‘tkazamiz. Uning Ox o‘qi musbat yo‘nalishi bilan tashkil etgan burchagini α bilan belgilaymiz (6-rasm). Ravshanki, α burchak Δx ga bog‘liq bo‘ladi: $\alpha=\alpha(\Delta x)$ va $tg\alpha=\frac{BN}{M_0B}=\frac{\Delta y}{\Delta x}$ o‘rinli.

Urinmaning abssissa o‘qining musbat yo‘nalishi bilan hosil qilgan burchagini θ bilan belgilaymiz. Agar $\theta\neq\pi/2$ bo‘lsa, u holda tgα funksiyaning uzluksizligiga ko‘ra $k_{urinma}=tg\theta=\lim\limits_{N\to M_0} tg\alpha$, va N nuqtaning M_0 nuqtaga intilishi Δx yning 0 ga intilishiga teng kuchli ekanligini e’tiborga olsak, $k_{urinma}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ tenglikka ega bo‘lamiz.

Shunday qilib, y=f(x) funksiyaning abssissasi x_0 bo‘lgan nuqtasida novyertikal urinma o‘tkazish mumkin bo‘lishi uchun shu nuqtada $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ limitning mavjud bo‘lishi zarur va yetarli, limit esa urinmaning burchak koeffitsientiga teng bo‘lar ekan.

Harakatdagi nuqta tezligini topish haqidagi masala. Faraz qilaylik moddiy nuqta s=s(t) qonuniyat bilan to‘g‘ri chiziqli harakatlanayotgan bo‘lsin. Ma’lumki, fizikada nuqtaning t_0 va $t_0+\Delta t$ vaqtlar orasida bosib o‘tgan $\Delta s=s(t_0+\Delta t)-s(t_0)$ yo‘lining shu vaqt oralig‘iga nisbati nuqtaning o‘rtacha tezligi deyilar edi: $v_{o‘rta}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{s(t_0+\Delta t)-s(t_0)}{\Delta t}$. Ravshanki, Δt qancha kichik bo‘lsa, $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ o‘rtacha tezlik nuqtaning t_0 paytdagi tezligiga shuncha yaqin bo‘ladi. Shuning uchun nuqtaning t_0

ISSN: 2835-3730 **Website:** econferenceseries.com

paytdagi oniy tezligi deb $[t_0;t_0+\Delta t]$ vaqt oralig'idagi o'rtacha tezlikning Δt nolga intilgandagi limitiga aytiladi.

Shunday qilib, $v_{oniy} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Yuqoridagi ikkita turli masalani yechish jarayoni bitta natijaga (odatda matematikada bunday holda bitta matematik modelga deb aytiladi) - funksiya orttirmasining argument orttirmasiga bo'lgan nisbatining argument orttirmasi nolga intilgandagi limitini hisoblashga keltirildi. Ma'lum bo'lishicha, ko'pgina masalalar yuqoridagi kabi limitlarni hisoblashni taqoza qilar ekan. Shu sababli buni alohida o'rganish maqsadga loyiqdir.

2. Funksiya hosilasining ta'rifi.

Aytaylik f(x) funksiya (a,b) intervalda aniqlangan bo'lsin. Bu intervalga tegishli x_0 nuqta olib, unga shunday Δx orttirma beraylikki, $x_0+\Delta x \in (a,b)$ bo'lsin. Natijada f(x) funksiya ham x_0 nuqtada $\Delta y=f(x_0+\Delta x)- f(x_0)$ orttirmaga ega bo'ladi.

Ta'rif. Agar $\Delta x \to 0$ da $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning limiti $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ mavjud va chekli bo'lsa, bu limit f(x) funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deyiladi va $f'(x_0)$, yoki $y'(x_0)$, yoki $\frac{dy(x_0)}{dx}$ orqali, ba'zan esa $y'|_{x=x_0}$ yoki $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_0}$ kabi belgilanadi.

Bu holda funksiya x_0 nuqtada hosilaga ega deb ham aytiladi.

Demak,

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}.$$

Bunda $x_0+\Delta x=x$ deb olaylik. U holda $\Delta x=x-x_0$ va $\Delta x \to 0$ bo'lib, natijada

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

bo'ladi. Demak, f(x) funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi $x \to x_0$ da $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ nisbatning limiti sifatida ham ta'riflanishi mumkin:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

ISSN: 2835-3730 Website: econferenceseries.com

Yuqoridagi limit mavjud bo‘lgan har bir x_0 ga aniq bitta son mos keladi, demak f’(x) - bu yangi funksiya bo‘lib, u yuqoridagi limit mavjud bo‘lgan barcha x nuqtalarda aniqlangan. Bu funksiya f(x) funksiyaning hosila funksiyasi, odatda, hosilasi deb yuritiladi.

Endi hosila ta’rifidan foydalanib, y=f(x) funksiya hosilasini topishning quyidagi algoritmini berish mumkin:

1^0. Argumentning tayinlangan x qiymatiga mos funksiyaning qiymati f(x) ni topish.

2^0. Argument x ga f(x) funksiyaning aniqlanish sohasidan chiqib ketmaydigan Δx orttirma berib f(x+Δx) ni topish.

3^0. Funksiyaning Δf(x)=f(x+Δx)-f(x) orttirmasini hisoblash.

4^0. $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ nisbatni tuzish.

5^0. $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ nisbatning $\Delta x \to 0$ dagi limitini hisoblash.

Misol. y=kx+b funksiyaning hosilasini toping.

Yechish. Hosila topish algoritmidan foydalanamiz.

1^0. Argument x ni tayinlab, funksiya qiymatini hisoblaymiz: f(x)=kx+b.

2^0. Argumentga Δx orttirma beramiz, u holda f(x+Δx)=k(x+Δx)+b=kx+kΔx+b.

3^0. Funksiya orttirmasi Δf(x)=f(x+Δx)-f(x)=(kx+kΔx+b)-(kx+b)=kΔx.

4^0. $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{k\Delta x}{\Delta x} = k$.

5^0. $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0}$ k=k.

Demak, (kx+b)’=k ekan.

Xususan, y=b o‘zgarmas funksiya (bu holda k=0) uchun (b)’=0; y=x (k=1) funksiya uchun x’=1 bo‘ladi.

2. y=$\frac{1}{x}$ funksiyaning hosilasini toping.

Yechish. 1^0. f(x)= $\frac{1}{x}$.

2^0. f(x+Δx)= $\frac{1}{x+\Delta x}$. Bu yerda umumiylikni cheklamagan holda x>0 va |Δx|<x deb hisoblaymiz.

3^0. $\Delta f(x)=f(x+\Delta x)-f(x)=\frac{1}{x+\Delta x}-\frac{1}{x}=-\frac{\Delta x}{x(x+\Delta x)}$.

4^0. $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}=-\frac{\Delta x}{x(x+\Delta x)\Delta x}=-\frac{1}{x^2+x\Delta x}$.

5^0. $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\left(-\frac{1}{x^2+x\Delta x}\right)=-\frac{1}{x^2}$.

Demak, $\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$.

Hosilaga ega bo‘lgan funksiyaning uzluksizligi. f(x) funksiyaning hosilasi faqat bu funksiya uzluksiz bo‘lgan nuqtalardagina mavjud bo‘lishi mumkinligini ko‘rsatamiz. Oldin ushbu teoremani qaraylik.

Teorema. Agar f(x) funksiya x nuqtada hosilaga ega bo‘lsa, u holda funksiya shu nuqtada uzluksiz bo‘ladi.

Isboti. Faraz qilaylik, f(x) funksiya x nuqtada hosilaga ega bo‘lsin. Demak, ushbu $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ limit mavjud va f’(x) ga teng. Bizga agar funksiya chekli limitga ega bo‘lsa, uni limit va cheksiz kichik yig‘indisi ko‘rinishda ifodalash mumkinligi ma’lum ( ). Bizning holimizda limitga ega bo‘lgan funksiya deb funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatini olamiz. U holda ushbu tenglik o‘rinli bo‘ladi:

$$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=f'(x)+\alpha,$$

bu yerda $\alpha=\alpha(\Delta x)$ va $\lim_{\Delta x\to 0}\alpha=0$. Bundan funksiya orttirmasi $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$ ni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkinligi kelib chiqadi:

$$\Delta y=f'(x)\cdot\Delta x+\alpha\cdot\Delta x \qquad (2.1)$$

Bu tenglikdan, agar $\Delta x\to 0$ bo‘lsa, u holda $\Delta y\to 0$ bo‘lishi kelib chiqadi. Bu esa f(x) funksiyaning x nuqtada uzluksizligini bildiradi. Teorema isbot bo‘ldi.

Bu teoremaning teskarisi o‘rinli emas, ya’ni funksiyaning nuqtada uzluksizligidan uning shu nuqtada hosilasi mavjudligi kelib chiqavyermaydi. Masalan, y=|x| funksiya x ning barcha qiymatlarida, xususan x=0 nuqtada uzluksiz, ammo x=0 nuqtada hosilaga ega emas. Bu funksiyaning x=0 nuqtadagi orttirmasi $\Delta y=|\Delta x|$ bo‘lib, undan

ISSN: 2835-3730 **Website:** econferenceseries.com

$$\lim_{\Delta x \to +0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1, \qquad \lim_{\Delta x \to -0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -1,$$

va $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning Δx→0 dagi limiti mavjud emasligi kelib chiqadi, demak f(x)=|x| funksiya x=0 nuqtada hosilaga ega emas.

Bir tomonli hosilalar.

Ta'rif: Agar Δx→+0 (Δx→-0) da $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning limiti

$$\lim_{\Delta x \to +0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to +0} \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad \left(\lim_{\Delta x \to -0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to -0} \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \right)$$

mavjud va chekli bo'lsa, bu limit f(x) funksiyaning x_0 nuqtadagi o'ng (chap) hosilasi deb ataladi va f'(x_0+0) (f'(x_0-0)) kabi belgilanadi.
Odatda funksiyaning o'ng va chap hosilalari bir tomonli hosilalar deb ataladi.
Yuqoridagi misoldan, f(x)=|x| funksiyaning x=0 nuqtadagi o'ng hosilasi 1 ga, chap hosilasi - 1 ga tengligi kelib chiqadi.
Funksiyaning hosilasi ta'rifi va bir tomonli hosila ta'riflardan hamda funksiya limiti mavjudligining zaruriy va yetarli shartidan quyidagi teoremaning o'rinli ekanligi kelib chiqadi:
Teorema. Aytaylik f(x) funksiya x_0 nuqtaning biror atrofida uzluksiz bo'lsin. U holda f(x) funksiya x_0 nuqtada f'(x_0) hosilaga ega bo'lishi uchun f'(x_0+0), f'(x_0-0) lar mavjud va f'(x_0+0)=f'(x_0-0) tenglikning o'rinli bo'lishi zarur va yetarli bo'ladi.
Bu teoremaning isbotini o'quvchiga mashq sifatida qoldiramiz.

Cheksiz hosilalar. Ba'zi nuqtalarda $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ limiti +∞ (-∞) ga teng bo'lishi mumkin. Bunday hollarda shu nuqtalarda funksiya cheksiz hosilaga ega yoki funksiyaning hosilasi cheksizga teng deyiladi.
Ushbu $y = \sqrt[3]{x}$ funksiya uchun Δy/Δx nisbatning Δx→0 dagi limitini qaraylik. Funksiyaning 0 nuqtadagi orttirmasini hisoblaymiz: Δy=Δf(0)=f(0+Δx)-f(0)=f(0+Δx)=f(Δx)=$\sqrt[3]{\Delta x}$.

Funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbati $\frac{\Delta f(0)}{\Delta x} = \frac{\sqrt[3]{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{1}{\sqrt[3]{(\Delta x)^2}}$ va bu nisbatning Δx→0 dagi limiti +∞ ga teng.
Demak, $y = \sqrt[3]{x}$ funksiya x=0 nuqtada cheksiz hosilaga ega ekan.

ISSN: 2835-3730 Website: econferenceseries.com

Cheksiz hosila uchun ham bir tomonli cheksiz hosila tushunchasini ham qarash mumkin.

Agar y=f(x) funksiya $x=x_0$ nuqtada +∞ (-∞) hosilaga ega bo‘lsa, u holda

$$\lim_{\Delta x\to -0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to +0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=+\infty\ (-\infty)$$

munosabatning o‘rinli ekanligini isbotlash mumkin. Bu tasdiqning teskarisi ham o‘rinli ekanligi o‘z-o‘zidan ravshan.

Berilgan x_0 nuqtada $f'(x_0-0)=-\infty$, $f'(x_0+0)=+\infty$, ($f'(x_0-0)=+\infty$, $f'(x_0+0)=-\infty$) bo‘lishi ham mumkin. Bunday holda f(x) funksiya $x=x_0$ nuqtada hosilaga (xatto cheksiz hosilaga ham) ega emas deb hisoblanadi.

Misol tariqasida $y=\sqrt[3]{x^2}$ funksiyaning x=0 nuqtadagi bir tomonli hosilalarini aniqlaylik. Bu funksiyaning x=0 nuqtadagi orttirmasi $\Delta y(0)=\sqrt[3]{(\Delta x)^2}$ ga teng va $\frac{\Delta y(0)}{\Delta x}=\frac{1}{\sqrt[3]{\Delta x}}$ ekanligini ko‘rish qiyin emas. Shu sababli $\lim\limits_{\Delta x\to +0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=+\infty$ va $\lim\limits_{\Delta x\to -0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=-\infty$ bo‘ladi. Demak, $y'(-0)=-\infty$, $f'(+0)=+\infty$ bo‘lib, funksiya x=0 nuqtada cheksiz hosilaga ega emas.

Adabiyotlar

1. Fadeev. D. K, Sominskiy.I.S. “Sbornik zadach po algebra”. M. Наука, 1977г.
2. Proskuryakov I. B. “Sbornik zadach po lineynoy algebre”. «Наука», 1978г.
3. Abdullaev N. va boshqalar, Algebradan laboratoriya topshiriqlari, T., Univ., 2007.
4. Iskandarov R, Nazarov R “Algebra sonlar nazariyasi” I,II-qism
5. Novosyolov S.I. “ Sonlar nazariyasi asoslari”