

EHTIMOLLAR NAZARIYASIDA TASODIFIY MIQDORLARNING SONLI XARAKTERISTIKASI

Jo'rayeva Husnora Davronovna

Toshkent arxitektura-qurilish universiteti, v.v.b.dotsenti

xusnoragk@gmail.com

O'roqov Ahror Baxtiyor o'g'li

Toshkent arxitektura-qurilish universiteti, 2-bosqich magistranti

ahroressen@gmail.com

Annotatsiya

Hozirgi paytda xatoliklar nazariyasini o'rganish va tadqiq qilish ehtimollar nazariyasi va matematik statistikaning zamonaviy ilmiy yutuqlaridan foydalangan holda olib boriladi. Ehtimollar nazariyasi – ko'plab tasodifiy hodisalarning sonli qonuniyatini o'rganadigan matematik fan hisoblanadi. Matematik statistika esa statistik eksperimental tajriba natijalari asosida ehtimoliy masalalarni yechish usullarini yaratish bilan shug'ullanadigan maxsus fan hisoblanadi.

Abstract

At present, the study of the theory of errors is carried out using modern scientific achievements in the field of probability theory and mathematical statistics. Probability theory is a mathematical science that studies the numerical laws of many random events. Mathematical statistics is a specialized science that deals with the creation of methods for solving probabilistic problems based on the results of statistical experimental experiments.

Аннотация

В настоящее время изучение теории ошибок осуществляется с использованием современных достижений науки в области теории вероятностей и математической статистики. Теория вероятностей – это математическая наука, изучающая числовые законы многих случайных событий. Математическая статистика – это специализированная наука, которая занимается созданием методов решения вероятностных задач на основе результатов статистических экспериментальных экспериментов.



Keywords: random variables, their distribution laws, numerical characteristics, mathematical expectation, moments, variances and standards.

Kalit soʻzlar: Tasodifiy miqdorlar, taqsimlanish qonunining sonli tavsifi, matematik kutish, momentlar, dispersiya va standartlar.

Ключевые слова: случайные величины, их законы распределения числовые характеристики, математическое ожидание, моменты, дисперсии и стандарты.

Kirish qismi. Statistika soʻzi lotincha soʻzdan olingan boʻlib, holat, vaziyat degan maʼnoni anglatadi. Statistika tabiatda va jamiyatda boʻladigan ommaviy hodisalarni oʻrganadi. Statistika fani qonuniyatlarni aniqlash maqsadida ommaviy tasodifiy hodisalarni kuzatish natijalarni tasvirlash, toʻplash, sistemalashtirish, tahlil etish va izohlash usullarini oʻrganadi.

Matematik statistika esa ommaviy iqtisodiy va ijtimoiy hodisalarni tahlil etish uchun matematik apparat quradi. Matematik statistikaning vazifasi statistik maʼlumotlarni toʻplash, ularni taxlil qilish va shu asosda baʼzi bir xulosalarni chiqarishdan iborat.

Asosiy qism. Tasodifiy miqdor tajriba natijalarining sonli tavsifi, tasodifiy voqealar tajriba natijalarining sifatli tavsifidir. Voqeadan har doim tasodifiy miqdorlarga oʻtish mumkin

Masalan tajriba oʻtkazilmoqda: natijada A voqeaning sodir boʻlishi yoki boʻlmasligi mumkin (gerb tomonining tushish va tushmasligi). Voqea A oʻrniga oʻlchami 1 ga teng boʻlgan tasodifiy miqdor X ni olish mumkin, agar voqea A sodir boʻlsa, oʻlchami 1 ga teng, sodir boʻlmasa 0 imkoniyatli miqdorga ega.

Tasodifiy miqdorlar uzlukli va uzluksiz tasodifiy miqdorlarga boʻlinadi.

Imkoniyatli qiymatini oldindan bilish mumkin boʻlgan hodisaga **uzlukli tasodifiy miqdor** deyiladi. (masalan, n marta otilganda oʻqning tegish soni; tangani bir marta tashlaganda gerb tomon tushishi) (**1 – chizma**).





a)

b)

1-chizma. Uzlukli tasodifiy miqdorlar:

a) otishdagi nuqtaning tegish koordinatasi

b) tanganing gerb tomon tushishi

Uzluksiz tasodifiy miqdorlarga imkoniyatli miqdorini oldindan aytib berolmaydigan miqdorlarga aytiladi (masalan, otishdagi nuqtaning tegish koordinatasi, o'lchash natijalari xatolikasi va boshqalar) (2 – **chizma**) [1].



2-chizma. Uzlukli tasodifiy miqdorlar. O'lchash natijalari xatolikasi

Taqsimlanish qonunining sonli tavsifi

Tasodifiy miqdor haqida to'liq ma'lumotni uning taqsimot funksiyasi yordamida olish mumkin. Haqiqatdan ham taqsimot funksiya tasodifiy miqdorning qaysi qiymatlarni qanday ehtimolliklar bilan qabul qilishni aniqlashga imkon beradi. Ehtimolliklar nazariyasi tasodifiy miqdorlarning taqsimot funksiyalari orqali ma'lum qoidalar asosida topiladigan ba'zi o'zgarmas sonlar muhim rol o'ynaydi. Bunday sonlar orasida tasodifiy miqdorlarning umumiy miqdoriy xarakteristikasini bilish uchun **matematik kutish, dispersiya, momentlar** kerak bo'ladi.

Matematik kutish $M(X)$ bu ehtimollik nazariyasining eng muhim tushunchalaridan biri bo'lib, tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymatini anglatadi. Matematik kutish

tasodifiy miqdorlarning o'rtacha qiymatining xarakteristikasi bo'lib, barcha imkonli qiymatlari va ehtimollari ko'paytmasining yig'indisiga teng:

$$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad (1)$$

1-formula. Ehtimollar nazariyasida tematik kutish hisoblash formulasi.

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x\varphi(x)dx \quad (2)$$

2-formula. Uzlaksiz tasodifiy miqdor X uchun O_x o'qiga tegishli bo'lgan imkoniyatli qiymatlari.

$$M(X) = \int_a^b x\varphi(x)dx \quad (3)$$

3-formula. Barcha imkoniyatli qiymatlari (a,b) oraliqqa tegishli bo'lsa tematik kutish hisoblash formulasi

MATEMATIK KUTISHNING XOSSALARI

1-xossa: $M(C) = C$, bu yerda S – o'zgarmas son. O'zgarmas sonning matematik kutilmasi shu sonning o'ziga teng.

Isbot: S o'zgarmas sonni 1 ehtimollik bilan qabul qiluvchi tasodifiy miqdor deb qarash mumkin.

Shuning uchun $Y_e \cdot S = S \cdot 1 = S$

2-xossa:

$$M(CX) = CM(X)$$

O'zgarmas sonni matematik kutilma ishorasidan tashqariga chiqarib yozish mumkin.

3-xossa:

$$M(X_1 * X_2 * \dots * X_n) = M(X_1) * M(X_2) * \dots * M(X_n);$$

bu yerda X_1, X_2, \dots, X_n – o'zaro bog'liqmas tasodifiy miqdorlar.

4-formula. Imkoniyatli qiymatlaridan iborat tasodifiy miqdorlarning o'rta arifmetigi bilan matematik kutishning o'zaro bog'liqlik formulasi

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i Q_i \quad (4)$$

bu yerda: Q – paydo bo'lish chastotasi,

x_i – ya'ni p_i odatda noma'lum.

5-formula. Agar x_i ning har bir qiymati bir marta paydo bo'lganda ifodaning ko'rinishi

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (5)$$

6-formula. Ehtimollar nazariyasida isbot qilingan ko'rinishi:

$$\text{eht. } \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = M(x) \quad (6)$$



O‘rta arifmetik bilan matematik kutish orasidagi bog‘liqlik katta sonlar qonunining formasini tashkil qiladi. Katta sonli tajribada o‘rta arifmetik "tasodifiy bo‘lmagan miqdor" ga va ehtimolliги bo‘yicha doimiy miqdor – matematik kutishga aylanadi

MOMENTLAR, DISPERSIYA, STANDARTLAR

Ehtimollar nazariyasida taqsimlanishning asosiy xossalarini tavsiflash uchun momentlar degan tushuncha qo‘llaniladi. **MOMENT** (γ_k) (lot. moveo – siljitaman, qo‘zg‘ataman) ayrim o‘lchov, miqdor va vektorlar nomi bo‘lib, ehtimollar nazariyasida moment – tasodifiy miqdorlarning sonli xarakteristikasi hisoblanadi.

Tasodifiy miqdorning tartibli momenti deb uning o‘rta qiymatiga aytiladi

Momentlar ikki turga bo‘linadi: boshlang‘ich va markaziy momentlar. Boshlang‘ich moment tasodifiy miqdor X ning K darajali **boshlang‘ich momenti** deb, shu tasodifiy miqdorning K darajali matematik kutishiga aytiladi

$$\gamma_k = M(X^k) \quad (7)$$

7-formula. Boshlang‘ich moment hisoblash formulasi.

Markaziy tasodifiy miqdorning k – darajali matematik kutishiga X tasodifiy miqdorning k – darajali **markaziy momenti** deyiladi

$$\mu_k = M\{[X - M(X)]^k\} \quad (8)$$

8-formula. Markaziy moment hisoblash formulasi

$$\gamma_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k \varphi(x) dx \quad (9)$$

9-formula. Uzlüksiz tasodifiy miqdorlar uchun boshlang‘ich momentlar

$$\gamma_k = \sum_{i=1}^n x_i^k p_i \quad (10)$$

10-formula. Uzlukli tasodifiy miqdorlar uchun boshlang‘ich momentlar

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M_x)^k \varphi(x) dx \quad (11)$$

11-formula. Uzlüksiz tasodifiy miqdorlar uchun markaziy momentlar

$$\mu_k = \sum_{i=1}^n [x - M(x)]^k \cdot p_i \quad (12)$$

12-formula. Uzlukli tasodifiy miqdorlar uchun markaziy momentlar

$$\bar{x} = X - M(X) \quad (13)$$

13-formula. Markaziy tasodifiy miqdor hisoblash formulasi

Markaziy momentlarni har doim boshlang‘ich momentlar bilan ifodalanishi mumkin:



$$\left. \begin{aligned} \mu_1 &= 0 \\ \mu_2 &= \gamma_2 - \gamma_1^2 \\ \mu_3 &= \gamma_3 - 3\gamma_1\gamma_2 + 2\gamma_1^3 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

14-formula. Markaziy momentlarni boshlang'ich momentlar bilan ifodalanishi

Ikkinchi darajali markaziy moment muhim ahamiyatga ega, bu **dispersiya** deb ataladi

$$\mu_2 = D(x) = M[(x - M_x)^2] \quad (15)$$

15-formula. Dispersiya hisoblash formulasi

Dispersiya D(X) (lot. tarqalish, tarqoqlik) Tasodifiy miqdorlar o'rtacha qiymatining tarqoqligini xarakterlash uchun sonli xarakteristikasidir. Tasodifiy qiymatlarning matematik kutilmaga nisbatan tarqalish o'lchovi hisoblanadi

Tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymatini, ya'ni matematik kutilmani bilish bilan qiymatlarning qanday joylashganligini ko'z oldimizga keltira olmaymiz.

MASALAN: +1 va -1 qiymatining matematik kutilmasi 0,5 ga teng, shunga qaramasdan bu miqdorlar qiymatlarining umumiy matematik kutilmaga nisbatan tarqoqligi har xil.

Dispersiya tasodifiy miqdorlarning muhim sonli xarakteristikasi, tajriba davomida kuzatuv xatolarining mavjudligi, ularni e'tiborsiz qoldirish va boshqa omillardan kelib chiqqan holda ushbu tasodifiy miqdor qiymatlarining tarqoqligini taxmin qilishga imkon beradi

Tasodifiy miqdorning dispersiyasi deb, shu tasodifiy miqdor va uning matematik kutilmasi orasidagi ayirma kvadratining matematik kutilmasiga aytiladi

$$D(X) = \sum_{i=1}^n (x - M_x)^2 p_i \quad (16)$$

$$D(x) = M \cdot [(x - M_x)^2] \quad (17)$$

16, 17-formula. Dispersiya hisoblash formulasi

Dispersiya tasodifiy miqdorlarning matematik kutishga nisbatan taqsimlanish darajasini ko'rsatadi. Dispersiya xossalarga ega:

1. $D(C) = 0$;
2. $D(CX) = C^2 D(X)$;
3. $D(C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n) = C_1^2 D(X_1) + C_2^2 D(X_2) + \dots + C_n^2 D(X_n)$

X_1, X_2, \dots, X_n - bog'liq bo'lmagan miqdorlar.

Dispersiya tasodifiy miqdorning kvadratiga teng qiymatga ega bo'lib, ko'z bilan tasavvur qilish uchun tasodifiy miqdorlarning **standarti** yoki **kvadratik og'ish** tushunchasidan foydalanish kerak [2].

Tasodifiy miqdorlarning dispersiyasi bu statistikaning asosiy ko'rsatkichlaridan biri bo'lib, o'rtacha arifmetik atrofida ma'lumotlarning tarqalishi o'lchovini aks ettiradi.

Standart – dispersiya kvadrat ildizidan chiqarilgan musbiy qiymat

$$\delta(x) = \sqrt{D(x)} \quad (18)$$

18-formula. Standart hisoblash formulasi

Xulosa / tavsiyalar. Ehtimolliklar nazariyasi matematik fan sifatida ro'y berishi yoki ro'y bermaganligi noaniq bo'lgan voqealarning modellarini (voqealarning o'zini emas) o'rganadi. Boshqacha qilib aytganda, ehtimolliklar nazariyasida shunday tajribalar modellarini o'rganiladiki, bu tajribalarning natijalarini oldindan aniqlab bo'lmaydi. Masalan, tanga tashlanganda uni gerb yoki raqam tomoni bilan tushishi, ob-havoni oldindan aytib berish, ishlab turgan agregatning yana qancha ishlashi, ommaviy ishlab chiqarilgan mahsulotning nosozlik qismi, elektr signallarini uzatishda halaqit beruvchi vaziyatlar yuzaga kelishi-bularning hammasini ehtimolliklar nazariyasining qo'llanilishi mumkin bo'lgan predmetlar deb qaralishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati

1. Jo'rayeva H.D. Geodezik o'lchashlarni matematik qayta ishlash. Darslik. Toshkent, 2022. 34-38 betlar.
2. www.geodesy.com.